

**Examen : Informatique Théorique et Automates**  
**Partie Logique et Automates**  
(durée : 1h30mn)

Documents non autorisés

## Exercice 1

1. Construire la table de vérité de la formule :

$$F = ((p \implies (q \implies r)) \implies ((p \vee q) \implies r))$$

Est-ce une tautologie ?

2. Construire le diagramme de décision binaire associé à  $F$ .
3. Mettre  $F$  sous forme normale disjonctive.

## Exercice 2

1. Donner la négation de la formule suivante (sous une forme la plus simple possible) :

$$(q \implies (p \vee r)) \implies (p \implies q)$$

2. Mettre la formule suivante sous forme normale disjonctive :

$$p \implies ((q \vee r) \implies s)$$

## Exercice 3

Utiliser le principe de résolution pour montrer que la formule qui suit est une tautologie :

$$((p \implies r) \wedge (q \implies r)) \implies ((p \vee q) \implies r)$$

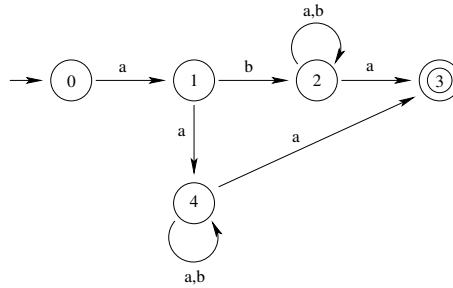
## Exercice 4

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$ . Construire un automate fini déterministe complet pour chacun des langages suivants :

1. L'ensemble des mots de  $A^*$  ne commençant ni par  $ab$  ni par  $ba$ .
2. L'ensemble des mots de  $A^*$  contenant  $ab$ .
3. L'ensemble des mots de  $A^*$  ne contenant pas  $ab$ .

## Exercice 5

Soit l'alphabet  $A = \{a, b\}$  et l'automate AUT suivant :



1. Est-il déterministe ? Justifiez votre réponse.
2.  $ababa$  est-il reconnu ? Justifiez votre réponse.
3. A partir de l'automate AUT utiliser le lemme d'Arden pour donner sous la forme d'une expression régulière le langage reconnu par l'automate AUT.
4. Exprimer à l'aide d'une phrase le langage reconnu par l'automate AUT.
5. Déterminiser l'automate AUT.
6. Minimiser l'automate précédent.